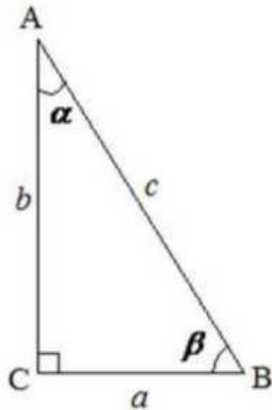


Тригонометрия.

Вся тригонометрия первоначально определяется из прямоугольного треугольника: синусы, косинусы, тангенсы и котангенсы.



$$\begin{aligned}\cos\alpha &= \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c} \\ \sin\alpha &= \frac{BC}{AB} = \frac{a}{c} \\ \operatorname{tg}\alpha &= \frac{BC}{AC} = \frac{a}{b} \\ \operatorname{ctg}\alpha &= \frac{AC}{BC} = \frac{b}{a}\end{aligned}$$

Значения тригонометрических функций основных углов:

α	градусов	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
	радиан	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin(\alpha)$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos(\alpha)$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg}(\alpha)$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0
$\operatorname{ctg}(\alpha)$		—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	—	0	—

Основные тригонометрические формулы:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta,$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta,$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta,$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta,$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta},$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta},$$

$$\sin 2t = 2 \sin t \cos t,$$

$$\cos 2t = \cos^2 t - \sin^2 t,$$

$$\operatorname{tg} 2t = \frac{2 \operatorname{tg} t}{1 - \operatorname{tg}^2 t}.$$

$$\cos^2 t = \frac{1 + \cos 2t}{2}$$

$$\sin^2 t = \frac{1 - \cos 2t}{2}$$

Функция	Аргумент t						
	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$2\pi - \alpha$
$\sin t$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$
$\cos t$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$
$\operatorname{tg} t$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
$\operatorname{ctg} t$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2},$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2},$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$

$$\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)}{2}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}{2}$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)}{2}$$